

УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА

УДК 681.513.5

Р.А. НЕЙДОРФ, Н.Х. ФАН

ОБОБЩЁННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА НАЛИЧИЕ ПРИЗНАКОВ ЖОРДАНОВОЙ ФОРМЫ

Предложен эффективный аналитический метод изучения многомерных систем с целью выделения в них управляемых подсистем жордановой формы. Построены математическая модель и алгоритм оценки наличия жордановых признаков у управляемых многомерных систем, на основе которых может быть реализована их декомпозиция в жордановы подсистемы.

Ключевые слова: динамическая система, жорданова форма, декомпозиция, подсистема, переменная состояния.

Постановка задачи. Задана многомерная система n -го порядка с m входами $(m \times n)$

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m), i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где $\forall i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m} \rightarrow f_i(0) = 0, \partial^2 f_i(\circ) / \partial u_j^2 = 0$, а функции $f_i(\circ)$ - дифференцируемы по своим переменным.

Требуется найти возможность представить её в виде совокупности подсистем жордановой формы [1,2], т.е.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ij} &= f_{ij}(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{(i+1)j}), i = \overline{1, n_j - 1}; \\ \dot{x}_{n_j j} &= f_{nj}(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) + g_j(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) u_j(x); \\ j &= \overline{1, m}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\forall i < n \rightarrow \partial f_{ij}(\circ) / \partial x_{(i+1)j} = 0$.

Таким образом, если система (1) имеет скалярное управление ($m = 1$) и описывается системой дифференциальных уравнений формы Жордана, то её математическая модель имеет вид:

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_{i+1}), i = \overline{1, n-1}; \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n) u(x), \quad (3)$$

где $\forall i < n \rightarrow \partial f_i(\circ) / \partial x_{i+1} = 0$.

Идентификационные признаки жордановых систем. Цель анализа заключается в поиске обобщенных свойств, служащих критерием «жордановости». Для проверки системы со скалярным управлением на «жордановость» формы можно анализировать символьное совпадение математической модели (ММ) системы с формой (2), начиная с уравнения, содержащего управление u в явной форме. В связи с этим форму (3) можно считать базовым критерием «жордановости». Однако такой подход не даёт удобного критерия, так как символьный анализ математического выражения гро-

моздок. Кроме того, способ записи может быть различным, и его нужно регламентировать.

Для отыскания более эффективного критерия следует отметить, что для жордановой системы в (2) важную роль играет первая переменная состояния (ПС) x_1 , так как явно её могут определять только остальные ПС, но не управление u . Если известно, что какая-то переменная является первой ПС для жордановой системы, то легко последовательно определить следующие переменные. Из этого можно заключить, что первая ПС определяет жордановую систему. Иначе говоря, если у некоторой переменной состояния x_i изучаемой системы обнаружатся свойства первой ПС жордановой системы, то изучаемая система «жорданова» и x_i является ее первой переменной состояния.

Исходя из сказанного, определение критерия «жордановости» системы можно заменить определением критерия первой переменной жордановой системы.

Утверждение 1. Пусть задана система n -го порядка со скалярным управлением $u(x)$ и произвольной последовательностью определения ПС:

$$\dot{x}_i = F_i(x, u), i = \overline{1, n}; x = (x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (4)$$

Система (4) является жордановой с первой переменной состояния x_k тогда и только тогда, когда выполняется условие:

$$\frac{\partial}{\partial u^{(i)}} \frac{d^{n-1}x_k}{dt^{n-1}} = 0, i = 0, 1, \dots; \frac{\partial}{\partial u} \frac{d^n x_k}{dt^n} \neq 0, \quad (5)$$

где полная производная от x_k вычисляется по рекурсивной формуле

$$\begin{aligned} \frac{dx_k}{dt} &= F_k(x, u); \frac{d^i x_k}{dt^i} = \sum_{j=1, x_j \in \Omega_{i-1}}^n \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{d^{i-1} x_k}{dt^{i-1}} F_j(x, u) + \\ &+ \sum_{j=0, u^{(j)} \in \Omega_{i-1}} \frac{\partial}{\partial u^{(j)}} \frac{d^{i-1} x_k}{dt^{i-1}} u^{(j+1)}, i = 2, \dots, \end{aligned}$$

в которой Ω_{i-1} есть множество аргументов $\frac{d^{i-1} x_k}{dt^{i-1}}$.

Доказательство. Прямое утверждение есть свойство первой переменной состояния системы (1) в её записи вида (3). Нетрудно заметить, что в (3) управление $u(x)$ влияет на первую переменную x_1 ровно через n интеграторов, где n - порядок системы. Отсюда можно легко проверить следующее её свойство:

$$\frac{\partial}{\partial u^{(i)}} \frac{d^{n-1}x_1}{dt^{n-1}} = 0, i = 0, 1, \dots; \frac{\partial}{\partial u} \frac{d^n x_1}{dt^n} \neq 0, \quad (6)$$

где $u^{(i)}$ - i -я производная от управления u . Таким образом, если перенумеровать ПС системы (1), обозначив $x_k = x_1^*$ и $x_l = x_n^*$ для ПС уравнения $\dot{x}_l = F_l(x, u)$, можно обнаружить эквивалентность условий (5) и (6).

Теперь нужно доказать обратное утверждение: если условие (6) выполняется, то система (4) «жорданова» и ее первой ПС является x_k . Из

первого равенства условия (6) формально получается, что $x_k^{(n-1)} = s_{n-1}(\cdot)(x)$, где $s_{n-1}(\cdot)$ - некоторая функция ПС, не содержащая u , а из неравенства условия (6) следует, что в уравнении $x_k^{(n)} = s_n(x, u)$ присутствует u . Поскольку при этом развёрнутое выражение для n -й производной имеет вид

$$\frac{d^n x_k}{dt^n} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{d^{n-1} x_k}{dt^{n-1}} \cdot \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial s_{n-1}}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{dt}, \quad (7)$$

можно заключить, что аргументом функции $s_{n-1}(\cdot)$ должна быть хотя бы одна переменная $x_{j_n}, j_n \in (1, 2, \dots, n)$, такая, что

$$d^{n-1} x_k / dt^{n-1} = s_{n-1}(x) = s_{n-1}(x \setminus \{x_{j_n}\}, x_{j_n}),$$

где $\dot{x}_{j_n} = f_{j_n}(x, u)$. Здесь $x \setminus \{x_{j_n}\}$ обозначает вычитание из множества $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ множество $\{x_{j_n}\}$.

Рассуждая аналогично, можно сделать вывод, что в $s_{n-2}(\cdot)$ не должны быть x_{j_n} и u , но должна присутствовать $x_{j_{n-1}}$, такая, что $\dot{x}_{j_{n-1}} = f_{j_{n-1}}(x \setminus \{x_{j_n}\}, x_{j_n})$, а $f_{n-1}(\cdot)$ не должна содержать аргументов, производные которых содержат \dot{u} . Тогда

$$\dot{x}_{j_{n-2}} = s_{n-2}(x) = s_{n-2}(x \setminus \{x_{j_{n-1}}, x_{j_n}\}, x_{j_{n-1}}).$$

Продолжая аналогично для производных меньших порядков x_k можно прийти к системе уравнений:

$$\begin{aligned} (x \setminus \{x_{j_2}, x_{j_3}, \dots, x_{j_n}\}, x_{j_2}) &= s_1(x_k, x_{j_2}) \\ \dot{x}_{j_2} &= f_2(x \setminus \{x_{j_3}, \dots, x_{j_n}\}, x_{j_3}) = f_2(x_k, x_{j_2}, x_{j_3}) \\ \dot{x}_k &= s_1 \dots \\ \dot{x}_{j_i} &= f_i(x \setminus \{x_{j_{i+1}}, \dots, x_{j_n}\}, x_{j_{i+1}}) = f_i(x_k, x_{j_2}, \dots, x_{j_i}, x_{j_{i+1}}) \\ &\dots \\ \dot{x}_{j_n} &= f_n(x, u) = f_n(x_k, x_{j_2}, \dots, x_{j_n}, u) \end{aligned} \quad (8)$$

где $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \setminus (x_k, x_{j_2}, x_{j_3}, \dots, x_{j_n})$.

Система (8) - это форма жордановой системы с первой переменной x_k , значит, исходная система является жордановой и x_k - ее первая переменная.

Утверждение доказано.

Доказательство утверждения 1 показывает, что условие (6) можно считать критерием «жордановости» системы со скалярным управлением, причём критерий этот вполне формализован. Для проверки системы на «жордановость» по критерию (6) достаточно одного цикла по переменным состояниям. Если какая-то переменная системы (1) общего вида удовлетворяет критерию (6), то система жорданова и эта переменная является первой переменной состояния системы.

Следует заметить, что в случае скалярного управления, проверка «жордановости» системы по критерию (5) совсем не проще проверки по форме (3). Однако в случае векторного управления на основе формы (3) вообще затруднительно определить условия наличия жордановых подсистем, а на основе критерия (6) это оказывается возможным.

Формализация понятия жордановых подсистем. Согласно поставленной задаче надо выяснить, какие структуры имеют жордановы подсистемы многомерной системы (1) и по какому критерию они выделяются. Для этого нужно ввести дополнительные определения.

Определение 1. Жорданова подсистема n_p -го порядка с управлением u_j системы (1) имеет вид;

$$\begin{aligned}\dot{x}_{p,1} &= f_{p,1}(x_{p,1}, x_{p,2}, \dots); \\ \dot{x}_{p,2} &= f_{p,2}(x_{p,1}, x_{p,2}, x_{p,3}, \dots); \\ &\dots \\ \dot{x}_{p,n_p-1} &= f_{p,n_p-1}(x_{p,1}, x_{p,2}, \dots, x_{p,n_p}, \dots); \\ \dot{x}_{p,n_p} &= f_{p,n_p}(x_{p,1}, x_{p,2}, \dots, x_{p,n_p}, u_j, \dots).\end{aligned}\quad (9)$$

Здесь $x_{p,1}, x_{p,2}, \dots, x_{p,n_p}$ (x_1, x_2, \dots, x_n) и считаются переменными состояния этой подсистемы. В подсистеме (9) могут присутствовать другие переменные состояния системы (1) и другие управления, но эти величины считаются параметрическими внешними воздействиями. В общем случае нельзя гарантировать, что производные других переменных в (9) не содержат u_j или других управлений. Поэтому в таких задачах, как синтез u_j , могут возникнуть обратные дифференциальные операторы в контуре управления. Следовательно, форма (3) не обеспечивает удобной процедуры построения подсистем (9) для синтеза законов управления. Для эффективного применения необходимо ввести на подсистемы дополнительные ограничения, и критерий (5) будет здесь полезным.

Определение 2. Подсистема (9) является **локально жордановой** (ЛЖ) относительно первой переменной состояния $x_{p,1}$, если

$$\frac{\partial}{\partial u_j^{(i)}} \frac{d^{n_p-1} x_{p,1}}{dt^{n_p-1}} = 0, i = 0, 1, \dots; \quad \frac{\partial}{\partial u_j} \frac{d^{n_p} x_{p,1}}{dt^{n_p}} \neq 0. \quad (10)$$

Определение 3. Подсистема (9) является **глобально жордановой** (ГЖ) относительно первой переменной состояния $x_{p,1}$, если

$$\forall r = \overline{1, m} \rightarrow \frac{\partial}{\partial u_r^{(i)}} \frac{d^{n_p-1} x_{p,1}}{dt^{n_p-1}} = 0, i = 0, 1, \dots; \quad \frac{\partial}{\partial u_j} \frac{d^{n_p} x_{p,1}}{dt^{n_p}} \neq 0. \quad (11)$$

Определения 2 и 3 играют важную роль для эффективного применения методов синтеза u_j к подсистеме (9). Поэтому нужно исследовать возможности и построить алгоритмы декомпозиции многомерной системы (1) на глобально жордановы подсистемы.

Алгоритм исследования возможности декомпозиции многомерных систем на m глобально жордановых подсистем*. Ввиду ограниченной размерности управляемых систем алгоритм основан на организации поиска всех вариантов декомпозиции. При этом, кроме ограничения структуры глобально жордановой подсистемы при декомпозиции, подсистемы должны удовлетворять следующим условиям между собой.

Условие 1. Объединение подсистем совпадает с исходной системой (1). Это условие обеспечивает общую корректность декомпозиции системы (1).

Условие 2. Переменные состояния подсистем взаимно не совпадают, т.е.

$$\forall jk, jl = \overline{1, m}; ik = \overline{1, n_{jk}}; il = \overline{1, n_{jl}} \rightarrow jk \neq jl; x_{jk, ik} \neq x_{jl, il},$$

где jk, jl - порядковые номера; n_{jk}, n_{jl} - порядки подсистем соответственно.

Это условие играет роль в обеспечении однозначности решения задачи синтеза.

По критерию (11) при соблюдении условий У1 и У2 алгоритм поиска вариантов декомпозиции будет состоять из двух основных этапов.

1. Для каждого управления u_j составить множество глобально жордановых подсистем с управлением u_j по критерию (11), получив, в результате m множеств (в соответствии с размерностью вектора управления).

2. Из m полученных множеств необходимо построить все комбинации по m подсистем. Из полученного множества комбинаций следует исключить все неудовлетворяющие условиям У1 и У2. Если оставшееся подмножество комбинаций пусто, то система (1) не декомпозируема на глобально жордановы подсистемы, иначе оставшееся подмножество содержит все возможные варианты декомпозиции системы (1) на глобально жордановы подсистемы.

Этап 1 следует рассмотреть подробнее. Он может состоять из трех шагов.

1.1. Выбрать очередное управление u_j

1.2. Найти все переменные состояния системы (1), которые удовлетворяют критерию (11), т.е. для которых существует число $n_p > 0$ по критерию (11). Найденные переменные состояния являются первыми переменными состояниями некоторых глобально жордановых подсистем.

1.3. Для каждой переменной x_i из найденных переменных выделить из (1) все варианты промежуточных переменных состояния, каждый вариант даёт одну глобально жорданову подсистему с первой переменной состояния x_i . Добавить выделенные подсистемы во множество подсистем с управлением u_j . В конечном результате во множестве подсистем с управлением u_j находятся глобально жордановы подсистемы.

*Здесь предполагается, что управлением j -й подсистемы является u_j , $j = \overline{1, m}$.

Алгоритм гарантирует, что если существует комбинация подсистем по условиям У1, У2, то эта комбинация найдется, иначе говоря, алгоритм не пропускает решений.

Иллюстративный пример. Пусть задана система 5-го порядка с двумя входами:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 - x_2; \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + x_2 - x_3 + x_5; \\ \dot{x}_3 &= u_1; \\ \dot{x}_4 &= x_3 + x_5; \\ \dot{x}_5 &= u_2.\end{aligned}\tag{12}$$

Нужно исследовать возможности декомпозиции системы (12) на основе предложенного алгоритма поиска.

Этап 1. Составляется множества глобально жордановых подсистем с u_1 и u_2 .

1.1. В качестве очередного выбирается управление u_1 .

1.2. Находится число n_p для всех переменных состояния:

для x_1

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 - x_2, \ddot{x}_1 = -\dot{x}_1 - \dot{x}_2 = -(-x_1 - x_2) - (-x_1 + x_2 - x_3 + x_5), \\ \ddot{x}_1 &= f(x_1, x_2, x_3, x_5, \dot{x}_3, \dot{x}_5) = f(x_1, x_2, x_3, x_5, u_1, u_2),\end{aligned}$$

значит, для x_1 $n_1 = 3$; аналогично для x_2 $n_2 = 2$, для x_3 $n_3 = 1$, а для x_4 $n_4 = 2$.

1.3. Находится множество глобально жордановых подсистем с управлением u_1 :

подсистемы с первой переменной состояния $x_1 : (x_1, x_2, x_3)$;

подсистемы с первой переменной состояния $x_2 : (x_2, x_3)$;

подсистемы с первой переменной состояния $x_3 : (x_3)$;

подсистемы с первой переменной состояния $x_4 : (x_4, x_3)$.

Множеством глобально жордановых подсистем с управлением u_1 является множество $\{(x_1, x_2, x_3), (x_2, x_3), (x_3), (x_4, x_3)\}$.

Аналогично для u_2 множеством глобально жордановых подсистем с управлением u_2 является множество $\{(x_1, x_2, x_5), (x_4, x_5), (x_2, x_5), (x_5)\}$

Этап 2. Полный перебор всех комбинаций:

комбинация 1 $\{(x_1, x_2, x_3), (x_1, x_2, x_5)\}$;

комбинация 2 $\{(x_1, x_2, x_3), (x_4, x_5)\}$;

комбинация 3 $\{(x_4, x_3), (x_1, x_2, x_5)\}$;

комбинация 4 $\{(x_4, x_3), (x_4, x_5)\}$;

.....

Количество комбинаций – мощность декартового произведения множеств и равно $4 \cdot 4 = 16$. Среди этих комбинаций только комбинации 2 и 3 удовлетворяют У1 и У2, т.е существуют приведённые ниже в таблице два варианта декомпозиции.

Варианты декомпозиции

Вариант 1	
ГЖ11 подсистема с управлением u_1 вида $\dot{x}_1 = -x_1 - x_2$; $\dot{x}_2 = -x_1 + x_2 - x_3 + x_5$; $\dot{x}_3 = u_1$.	ГЖ12 подсистема с управлением u_2 вида $\dot{x}_4 = x_3 + x_5$; $\dot{x}_5 = u_2$.
Вариант 2	
ГЖ21 подсистема с управлением u_1 вида $\dot{x}_4 = x_3 + x_5$; $\dot{x}_3 = u_1$.	ГЖ22 подсистема с управлением u_2 вида $\dot{x}_1 = -x_1 - x_2$; $\dot{x}_2 = -x_1 + x_2 - x_3 + x_5$; $\dot{x}_5 = u_2$.

Известно [1,2], что для жордановых систем со скалярным управлением можно легко найти законы управления с использованием методов, ориентированных на соподчинённость переменных состояния, начиная с первой, в этой форме записи. Для линейных систем в этом случае хорошо работает методика синтеза модального управления. Для нелинейных случаев разрабатываются различные частные подходы [3]. В частности, для любой из подсистем приведённой выше таблицы можно найти квазиоптимальное по быстродействию управление по методике соподчинённого синтеза [4-6]. Поэтому для системы (12) оказывается возможным синтезировать векторный вариант квазиоптимального по быстродействию управления на основе декомпозиции её на жордановы подсистемы по любому из представленных в таблице вариантов.

Например, если взять за основу две подсистемы ГЖ21 (x_4, x_3, u_1) и ГЖ22 (x_1, x_2, x_5, u_2) варианта 2, то можно осуществить для них синтез векторного квазиоптимального по быстродействию управления на основе методики, разработанной для скалярного случая. Использование рекуррентных формул соподчинённого подхода [4,5] к каждой подсистеме позволяет получить выражения для каждой из составляющих векторного управления: u_1 и u_2 (эти формулы не приведены из-за громоздкости).

На рис.1 показан результат моделирования синтезированного управления подсистемами при следующих начальных условиях: $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = x_3(0) = x_4(0) = x_5(0) = 0$ и ограничениях $|u_1| \leq 1, |u_2| \leq 1$. Это соответствует подавлению возмущённого состояния первой переменной второй подсистемы. Анализ переходных процессов показывает корректность получаемого результата. Составляющие векторного управления изменяются согласованно: x_4 остаётся на нулевом значении, а x_1 стремится к стационарной точке по траектории, отклоняющейся от оптимальной по быстродействию в соответствии с принятыми для синтеза настройками квазиоптимальности ε [4].

На рис. 2 приведён результат моделирования синтезированного управления подсистемами при других начальных условиях: $x_1(0) = 1$,

$x_4(0) = 0.5$, $x_2(0) = x_3(0) = x_5(0) = 0$ и ограничениях $|u_1| \leq 1, |u_2| \leq 1$. Здесь управления u_1 и u_2 уже не симметричны, но x_1 переводится в стационарную точку по той же квазиоптимальной траектории, а x_4 при этом также аperiodически доводится до точки стационарности, но за меньшее время, так как подсистема этой основной (первой) переменной имеет меньший порядок.

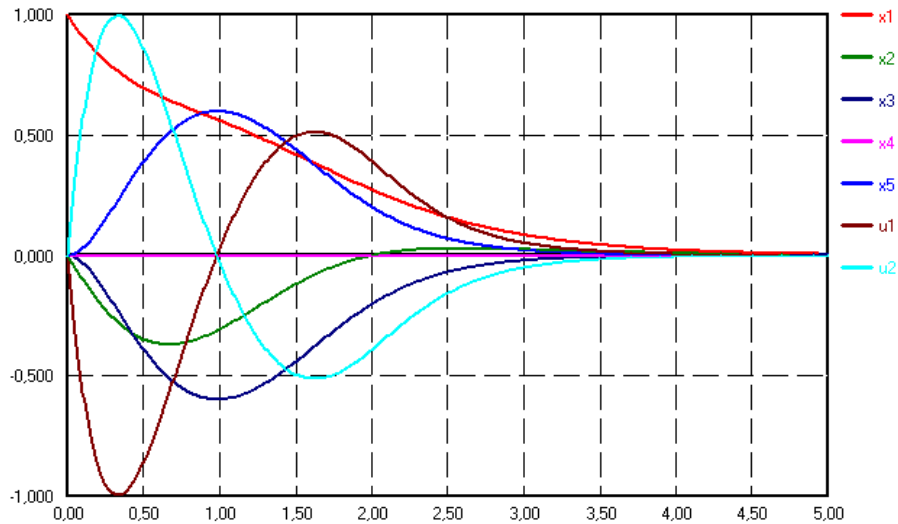


Рис.1. Переходные процессы при устранении возмущения по x_1

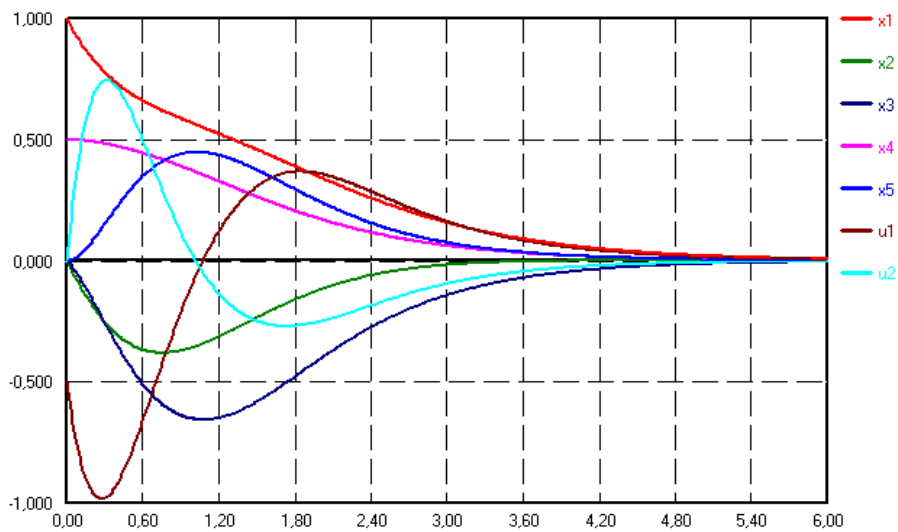


Рис. 2 Переходные процессы при устранении возмущений по x_1 и x_4

Вывод. Предложенный в статье новый подход к анализу жордановости динамических систем и подсистем, рассматриваемых как объекты управления, хорошо формализован и всегда даёт возможность декомпозиции многомерных систем управления на жордановы подсистемы, если она возможна.

Библиографический список

1. *Гайдук А.Р.* Новая управляемая форма нелинейных уравнений динамических объектов / А.Р. Гайдук // Сб. тр. МНК. ММТТ18. - Т.2. - Казань, 2005. - С.88-90.
2. *Гайдук А.Р.* Приведение уравнений объектов третьего порядка к управляемой форме Жордана / А.Р. Гайдук // Сб. тр. МНК. ММТТ19. - Т.2. - Воронеж, 2006. - С.115-118.
3. *Гайдук А.Р.* Решённые и нерешённые математические проблемы современной теории управления// Системный анализ, управление и обработка информации: сб. науч. ст.; под общ. ред. проф. Р.А.Нейдорфа. – Ростов н/Д-Таганрог: ДГТУ; ТТИ ЮФУ, 2007. - С.18-27.
4. *Нейдорф Р.А.* Синтез законов квазиоптимального по быстродействию управления на основе динамической аппроксимации/ Р.А. Нейдорф, Н.Н. Чан // Математические методы в технике и технологиях ММТТ-19: сб. тр. междунар. науч. конф. - Воронеж, 2006. - Т.2. - С.10-113.
5. *Чан Н.Н.* Композиционный синтез квазиоптимальных по быстродействию систем управления высокого порядка // Вестник ДГТУ. -2007. - №4.
6. *Чан Н.Н.* Синтез законов квазиоптимального по быстродействию управления объектами высокого порядка/ Н.Н. Чан: дисс. ... техн. наук. 05.13.01. – Ростов н/Д, 2007.

Материал поступил в редакцию 31.07.08.

R.A. NEYDORF, N.H.PHAN

GENERALISED ANALYSIS OF A DYNAMIC SYSTEM FOR THE PRESENCE OF SIGNS OF THE JORDAN FORM

An efficient analytical method of studying multidimensional systems with a purpose of extracting controllable sub-systems of the Jordan forms is presented. A mathematical model and algorithms for estimation of the presence of "Jordan" signs in controllable multidimensional systems on the basis of which a decomposition of these multidimensional systems into Jordan sub-systems has been built.

НЕЙДОРФ Рудольф Анатольевич (р.1944), заведующий кафедрой «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» (ПОВТ и АС) ДГТУ, доктор технических наук (1988), профессор (1994). Окончил Новочеркасский политехнический институт (1967) по специальности «Автоматизация и комплексная механизация химико-технологических процессов».

Основные направления научной деятельности: синтез и структурно-параметрическая оптимизация законов управления, процессы обработки информации и управления в технических системах.

Автор около 200 научных работ, издано 11 учебных пособий общим объемом более 80 п.л. Имеет 34 авторских свидетельства на изобретения и 4 свидетельства о регистрации программ.

ФАН Нгуен Хай (р.1979), аспирант 3 года обучения кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» ДГТУ. Окончил ДГТУ (2005) по специальности «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем».

Научные интересы: современные методы анализа и синтеза систем автоматического управления, моделирование процессов управления на ЭВМ.

Автор 7 научных работ.